

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ им. А. И. ГЕРЦЕНА»

Институт информационных технологий и технологического образования  
Кафедра информационных технологий и электронного обучения

**КУРСОВАЯ РАБОТА**

ИССЛЕДОВАНИЕ СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ ПРУЖИННОГО  
МАЯТНИКА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Направление подготовки: «Информатика и вычислительная техника»

Руководитель:

доктор педагогических наук, профессор

\_\_\_\_\_ Власова Е. З.

«   » \_\_\_\_\_ 2019 г.

Автор работы:

студент группы ИВТ(2)

\_\_\_\_\_ Мельников Ф. В.

«   » \_\_\_\_\_ 2019 г.

Санкт-Петербург

2019

# Оглавление

<b>Оглавление</b> .....	2
<b>Введение</b> .....	3
<b>Глава 1. Определение объекта исследования</b> .....	4
Глава 1.1. Основные определения .....	4
Глава 1.2. Построение математической модели .....	5
<b>Глава 2. Проведение вычислительного эксперимента</b> .....	9
<b>с помощью электронных таблиц</b> .....	9
Глава 2.1. Проведение вычислений.....	9
Глава 2.2. Построение графиков зависимостей .....	11
Глава 2.3. Исследование зависимости периода колебаний от характеристик системы .....	14
<b>Заключение</b> .....	16
<b>Список источников</b> .....	17
<b>Приложение</b> .....	19

## Введение

### Цель работы:

Изучить возможность применения информационных технологий для решения физических задач.

**Объект исследования:** физическая задача, которую можно решить с использованием информационных технологий.

### Постановка задачи:

Провести вычислительный эксперимент для исследования зависимости периода колебаний пружинного маятника от массы груза, жёсткости пружины, зависимости положения груза, его скорости, ускорения, потенциальной и кинетической энергии от времени при различных значениях массы и коэффициента жёсткости пружины.

### Задачи:

- составить математическую модель;
- провести вычисления для построения графиков зависимостей;
- визуализировать результаты вычисления средствами информационных технологий;
- проанализировать полученные зависимости.

Решение поставленных задач требует применения информационных технологий. Это связано с необходимостью визуализации результатов вычисления.

# Глава 1. Определение объекта исследования

## Глава 1.1. Основные определения

Свободными колебаниями называют колебания системы, выведенной из состояния равновесия и не подверженной действию периодически изменяющихся внешних сил.

Свободные незатухающие колебания рассматриваются в случае, когда допустимо пренебречь силами сопротивления движению системы, такими как сила трения, сопротивление воздуха и др.

Пружинный маятник – механическая система, состоящая из пружины жёсткости  $k$ , один конец которой закреплён, а на втором конце находится груз массой  $m$ .

Когда на тело действует упругая сила, возвращающая его в положение равновесия, тело совершает колебания около этого положения. Такое тело называется пружинным маятником. Колебания возникают под действием внешней силы. Они являются свободными, поскольку продолжаются после того, как перестала действовать внешняя сила.

В простейшем случае пружинный маятник представляет собой движущееся по горизонтальной или вертикальной плоскости твёрдое тело, прикрепленное пружиной (рис. 1.1).

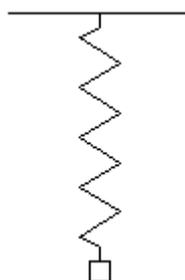


Рисунок 1.1. Пружинный маятник

## Глава 1.2. Построение математической модели

Колебания называются гармоническими, если физическая величина изменяется по гармоническому закону:

$$x(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \quad (1.1)$$

где  $A$  – амплитуда колебаний,  $\omega_0$  – циклическая частота,  $t$  – время,  $\varphi_0$  – начальная фаза колебаний.

Скорость является производной от времени, поэтому зависимость скорости от времени выражается следующей формулой:

$$v(t) = x'(t) = -A\omega \sin(\omega t + \varphi_0) \quad (1.2)$$

где  $A$  – амплитуда колебаний,  $\omega_0$  – циклическая частота,  $t$  – время,  $\varphi_0$  – начальная фаза колебаний.

Аналогичным способом выражается зависимость ускорения от времени:

$$a(t) = x''(t) = -\omega_0^2 A \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \quad (1.3)$$

где  $A$  – амплитуда колебаний,  $\omega_0$  – циклическая частота,  $t$  – время,  $\varphi_0$  – начальная фаза колебаний.

Согласно закону Гука, сила упругости при упругой деформации прямо пропорциональна смещению тела (изменению длины пружины):

$$F = -kx \quad (1.4)$$

Для расчётов необходимо вывести формулу расчёта циклической частоты колебаний пружинного маятника.

Второй закон Ньютона для рассмотренной системы с учётом отсутствия внешних сил имеет вид:

$$ma = -kx \quad (1.5)$$

откуда следует, что

$$a = -\frac{k}{m}x \quad (1.6)$$

Потенциальная энергия упруго деформированного тела  $E_{\text{п}}$  может быть вычислена по формуле:

$$E_{\text{п}} = \frac{kx^2}{2} \quad (1.7)$$

где  $k$  – коэффициент жёсткости пружины,  $x$  – абсолютная деформация.

Кинетическая энергия тела  $E_{\text{к}}$  может быть вычислена по формуле:

$$E_{\text{к}} = \frac{mv^2}{2} \quad (1.8)$$

где  $m$  – масса тела,  $v$  – скорость тела.

Полная механическая энергия равна максимальной потенциальной или кинетической энергии.

Закон сохранения энергии для системы имеет следующий вид:

$$E_{\text{п}} + E_{\text{к}} = \text{const} \quad (1.9)$$

Производная от постоянной величины равна нулю:

$$(E_{\text{п}} + E_{\text{к}})' = 0 \quad (1.10)$$

Производная суммы производных равна сумме производных:

$$(E_{\text{п}} + E_{\text{к}})' = E'_{\text{п}} + E'_{\text{к}} \quad (1.11)$$

Производная потенциальной энергии имеет следующий вид:

$$E'_{\text{п}} = \left( \frac{kx^2}{2} \right)' = \frac{k}{2} (x^2)' = \frac{k}{2} * 2x * x' = kx * v \quad (1.12)$$

Производная кинетической энергии имеет следующий вид:

$$E'_{\text{к}} = \left( \frac{mv^2}{2} \right)' = \frac{m}{2} (v^2)' = \frac{m}{2} * 2v * v' = mv * a \quad (1.13)$$

Из этого следует, что

$$kx * v + mv * a = v(kx + ma) = 0 \quad (1.14)$$

откуда

$$a = -\frac{k}{m}x \quad (1.15)$$

Ускорение является второй производной координаты тела  $x$  от времени  $t$ :

$$a(t) = x''(t) \quad (1.16)$$

Сравним уравнение () с уравнением колебательного движения:

$$a(t) = (x(t))'' = -\omega^2 x \quad (1.17)$$

$$-\frac{k}{m}x = -\omega^2 x \quad (1.18)$$

Откуда следует, что

$$\omega^2 = \frac{k}{m} \quad (1.19)$$

Таким образом, циклическая частота колебаний пружинного маятника  $\omega$  равна

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (1.20)$$

Период колебаний пружинного маятника может быть вычислен по следующей формуле:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (1.21)$$

Зависимость периода колебаний от массы груза выражается следующей формулой:

$$T = 2\pi \sqrt{m} \quad (1.22)$$

Зависимость периода колебаний от коэффициента жёсткости пружины выражается следующей формулой:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{1}{k}} \quad (1.23)$$

## Глава 2. Проведение вычислительного эксперимента с помощью электронных таблиц

### Глава 2.1. Проведение вычислений

Вычислительный эксперимент производится с помощью электронных таблиц на основании математической модели, изложенной в главе 1.2. Используемое оборудование: персональный компьютер с установленным программным обеспечением Microsoft Excel.

Необходимо построить графики зависимостей физических величин от времени при различных входных данных. При этом время  $t$  должно изменяться с определённым шагом.

Общий вид стенда для исследования свободных колебаний пружинного маятника представлен на рис 2.1.

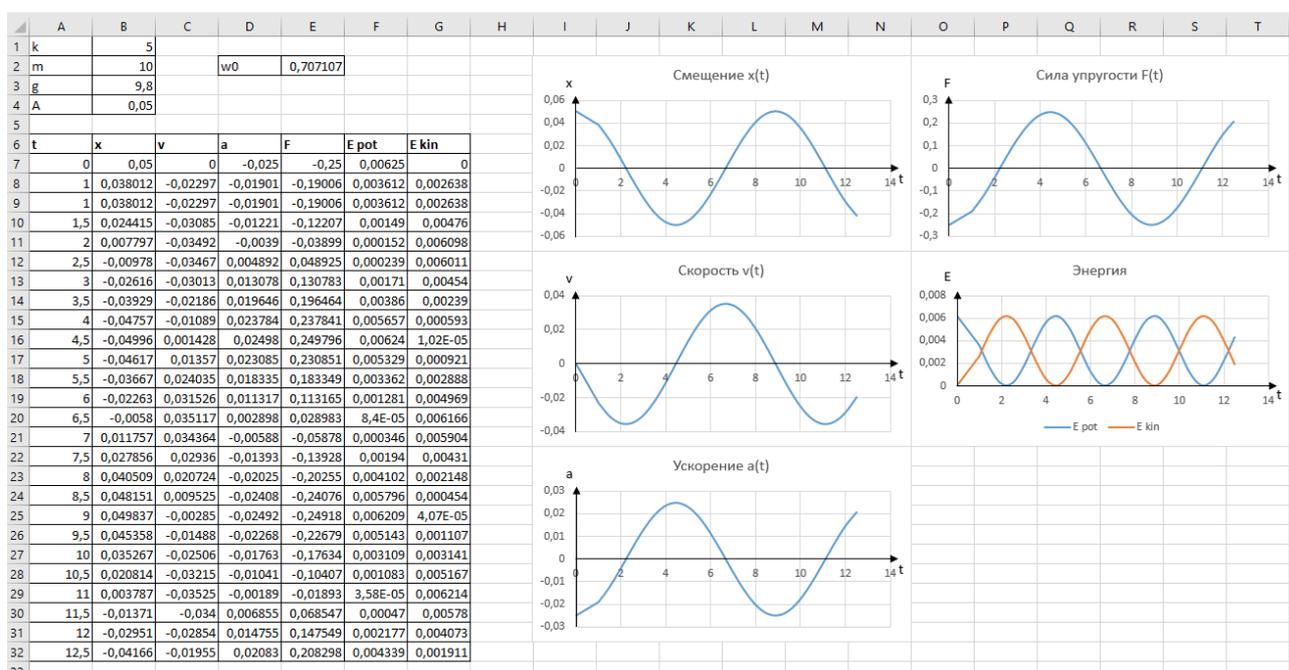


Рисунок 2.1. Общий вид стенда

Ввод параметров колебательной системы производится в ячейки A1:A4. В ячейке E2 содержится вычисленное значение циклической частоты колебаний (рис. 2.2).

	A	B	C	D	E
1	k	5			
2	m	10		w0	0,707107
3	g	9,8			
4	A	0,05			

Рисунок 2.2. Область ввода данных и отображения циклической частоты

Циклическая частота колебаний вычисляется по формуле (1.20):

$$=\text{КОРЕНЬ}(\$B\$1/\$B\$2)$$

Отклонение груза вычисляется по формуле (1.1):

$$=\$B\$4*\text{COS}(\$E\$2*\$A7)$$

Скорость вычисляется по формуле (1.2):

$$=-\$B\$4*\$E\$2*\text{SIN}(\$E\$2*\$A7)$$

Ускорение вычисляется по формуле (1.3):

$$=-\text{СТЕПЕНЬ}(\$E\$2;2)*\$B\$4*\text{COS}(\$E\$2*\$A7)$$

Сила упругости вычисляется по формуле (1.4):

$$=-\$B\$1*\$B7$$

Потенциальная энергия вычисляется по формуле (1.7):

$$=(\$B\$1*\text{СТЕПЕНЬ}(\$B7;2))/2$$

Кинетическая энергия вычисляется по формуле (1.8):

$$=(\$B\$2*\text{СТЕПЕНЬ}(\$C7;2))/2$$

## Глава 2.2. Построение графиков зависимостей

Рассмотрим зависимости смещения груза, скорости, ускорения, силы упругости, потенциальной и кинетической энергии от времени при значениях  $k = 5 \text{ Н/м}$ ,  $m = 10 \text{ кг}$ ,  $A = 0,05 \text{ м}$ .

Таблица выглядит следующим образом:

t	x	v	a	F	E pot	E kin
0	0,05	0	-0,025	-0,25	0,00625	0
1	0,038012	-0,02297	-0,01901	-0,19006	0,003612	0,002638
1	0,038012	-0,02297	-0,01901	-0,19006	0,003612	0,002638
1,5	0,024415	-0,03085	-0,01221	-0,12207	0,00149	0,00476
2	0,007797	-0,03492	-0,0039	-0,03899	0,000152	0,006098
2,5	-0,00978	-0,03467	0,004892	0,048925	0,000239	0,006011
3	-0,02616	-0,03013	0,013078	0,130783	0,00171	0,00454
3,5	-0,03929	-0,02186	0,019646	0,196464	0,00386	0,00239
4	-0,04757	-0,01089	0,023784	0,237841	0,005657	0,000593
4,5	-0,04996	0,001428	0,02498	0,249796	0,00624	1,02E-05
5	-0,04617	0,01357	0,023085	0,230851	0,005329	0,000921

Рисунок 2.3. Таблица для построения графиков зависимостей

Зависимость смещения от времени имеет следующий вид:



Рисунок 2.4. Зависимость смещения груза от времени

Зависимость скорости от времени имеет следующий вид:



Рисунок 2.5. Зависимость скорости от времени

Зависимость ускорения от времени имеет следующий вид:



Рисунок 2.6. Зависимость ускорения от времени

Зависимость силы упругости от времени имеет следующий вид:



Рисунок 2.7. Зависимость силы упругости от времени

Зависимость потенциальной и кинетической энергии от времени имеет следующий вид:

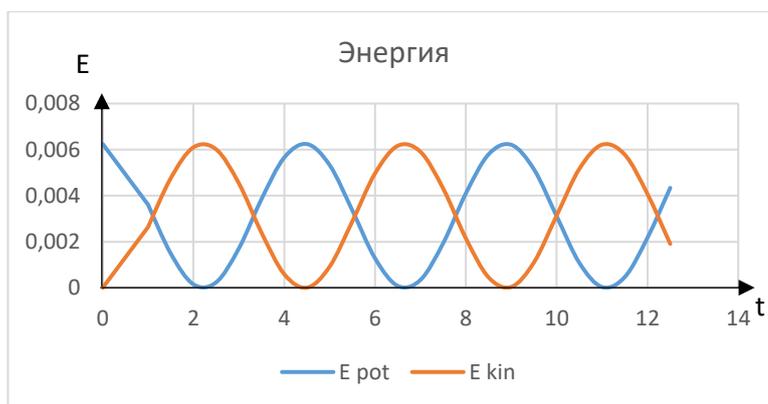


Рисунок 2.8. Зависимость потенциальной и кинетической энергии от времени

## Глава 2.3. Исследование зависимости периода колебаний от характеристик системы

Рассмотрим зависимость периода колебаний от массы груза и коэффициента жёсткости пружины.

Зависимость периода колебаний от массы груза выражается формулой (1.22):

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{D}}$$

Зависимость периода колебаний от коэффициента жёсткости пружины выражается формулой (1.23):

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{1}{D}m}$$

При изменении значения массы груза с шагом в 0,1 кг получается следующий график:

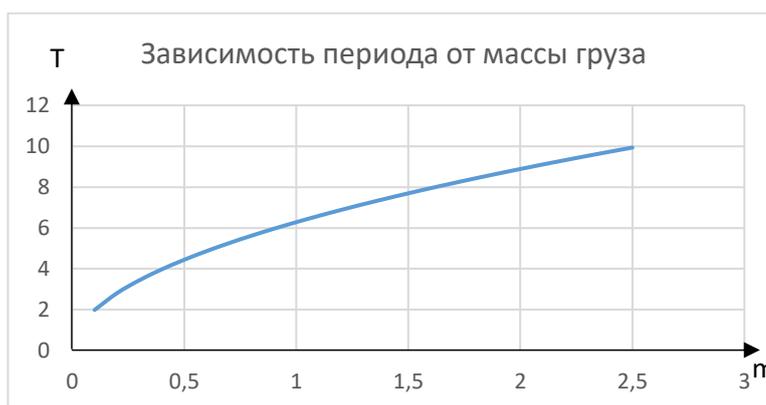


Рисунок 2.9. Зависимость периода колебаний маятника от массы груза

Можно сделать вывод о том, что период колебаний пружинного маятника прямо пропорционален квадратному корню массы груза.

При изменении значения коэффициента жёсткости пружины с шагом в 1 Н/м получается следующий график:

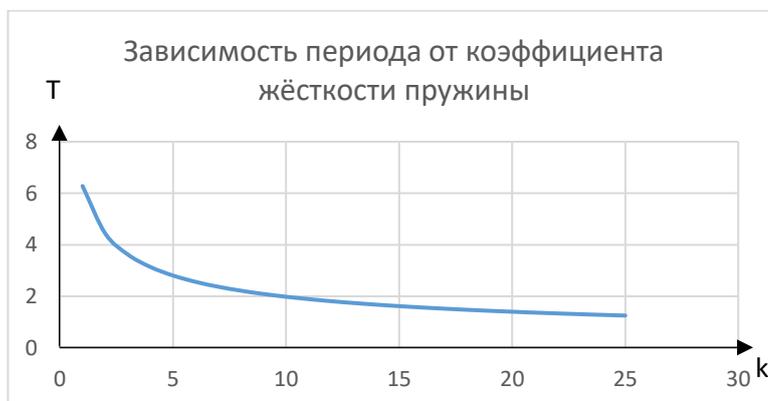


Рисунок 2.10. Зависимость периода колебаний от коэффициента жёсткости пружины

Можно сделать вывод о том, что период колебаний пружинного маятника обратно пропорционален квадратному корню коэффициента жёсткости пружины.

## Заключение

В ходе работы с помощью электронных таблиц был реализован стенд для исследования свободных колебаний пружинного маятника, который позволяет проанализировать зависимости смещения груза, скорости, ускорения, силы упругости, потенциальной и кинетической энергии от времени при различных значениях массы груза, коэффициента жёсткости пружины и амплитуды колебаний, а также вычислить период колебаний.

Также была исследована зависимость периода колебаний пружинного маятника от массы груза и коэффициента жёсткости пружины. Период колебаний пружинного маятника прямо пропорционален квадратному корню массы груза и обратно пропорционален квадратному корню коэффициента жёсткости пружины.

## Список источников

1. Селезнев Ю.А. Основы элементарной физики. - М.: Наука, Физматлит, 1974. - 544 с. — С. 113-120.
2. Аксенович Л. А. Физика в средней школе: Теория. Задания. Тесты: Учеб. пособие для учреждений, обеспечивающих получение общ. сред. образования / Л. А. Аксенович, Н.Н.Ракина, К. С. Фарино; Под ред. К. С. Фарино. — Мн.: Адукацыя і выхаванне, 2004. — С. 377-378.
3. Щеглова И. Ю., Богуславский А. А. Моделирование колебательных процессов (на примере физических задач): методическое пособие для студентов физико-математического факультета / И. Ю. Щеглова, А. А. Богуславский. — Коломна : Коломенский государственный педагогический институт, 2009. — 130 с. — С. 28-41.
4. Ахматов А.С. (ред.) Физика. Часть 3. Механика. - М.: Наука, 1974
5. Яворский Б.М., Пинский А.А. Основы физики. Том 1: Механика. Молекулярная физика. Электродинамика. - М.: Наука, 1969
6. Бухгольц Н. Н. Основной курс теоретической механики. Том 1 - кинематика, статика, динамика материальной точки – М.: Наука, 1965
7. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика в десяти томах. Том 1. Механика – М.: Наука, 1988
8. Ахметчина, Т.М. Физика: Механика. Молекулярная физика и термодинамика : учебное пособие / Т.М. Ахметчина, М.И. Белов, С.А. Бондарева. — Москва : МИСИС, [б. г.]. — Часть 1 — 2008
9. Карпов Ю. Г. Исследование гармонических колебаний груза пружинного маятника при помощи пакета программ LabVIEW / Ю. Г. Карпов, Н. Б. Пушкарева, А. Н. Филанович // Новые образовательные технологии в вузе : материалы XII международной научно-методической конференции (НОТВ-2015). — Екатеринбург: УрФУ, 2015. — С. 125-128.

10. Пружинный маятник — Физические основы механики [Электронный ресурс] / Научная библиотека Сибирского федерального университета — Режим доступа: [http://files.lib.sfu-kras.ru/ebibl/umkd/u\\_course/Lekc/Part1/Glava6/6.10.htm](http://files.lib.sfu-kras.ru/ebibl/umkd/u_course/Lekc/Part1/Glava6/6.10.htm), свободный (дата обращения: 12.12.2019)
11. Пружинный маятник [Электронный ресурс] / Объединение учителей Санкт-Петербурга — Режим доступа: <https://www.eduspb.com/node/1783>, свободный (дата обращения: 09.12.2019)
12. Пружинный маятник, формулы и примеры [Электронный ресурс] / SolverBook — Режим доступа: <http://ru.solverbook.com/spravochnik/mexanika/mexanicheskie-kolebaniya-i-volny/pruzhinnyj-mayatnik/>, свободный (дата обращения: 12.12.2019)
13. Формулы пружинного маятника [Электронный ресурс] / Webmath — Режим доступа: [https://www.webmath.ru/poleznoe/fizika/fizika\\_150\\_formuly\\_pruzhinnogo\\_majatnik\\_a.php](https://www.webmath.ru/poleznoe/fizika/fizika_150_formuly_pruzhinnogo_majatnik_a.php), свободный (дата обращения: 09.12.2019)
14. Свободные колебания. Пружинный маятник [Электронный ресурс] / Физикон — Режим доступа: <https://physics.ru/courses/op25part1/content/chapter2/section/paragraph2/theory.html>, свободный (дата обращения: 10.12.2019)
15. Пружинный маятник [Электронный ресурс] / PhysBook — режим доступа: [http://www.physbook.ru/index.php/A.\\_Пружинный\\_маятник](http://www.physbook.ru/index.php/A._Пружинный_маятник), свободный (дата обращения: 10.12.2019)

# Приложение

## Приложение 1

### Презентация

# ИССЛЕДОВАНИЕ СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ ПРУЖИННОГО МАЯТНИКА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Курсовая работа

Руководитель:  
доктор педагогических наук, профессор  
Власова Е. З.

Автор работы:  
студент 1 курса группы ИВТ(2)  
Мельников Ф. В.

#### **Цель работы:**

Изучить возможность применения информационных технологий для решения физических задач.

**Объект исследования:** физическая задача, которую можно решить с использованием информационных технологий.

#### **Постановка задачи:**

Провести вычислительный эксперимент для исследования зависимости периода колебаний пружинного маятника от массы груза, жёсткости пружины, зависимости положения груза, его скорости, ускорения, потенциальной и кинетической энергии от времени при различных значениях массы и коэффициента жёсткости пружины.

# Математическая модель

$$x(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

смещение груза

$$v(t) = -A\omega \sin(\omega t + \varphi_0)$$

скорость

$$a(t) = -\omega_0^2 A \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

ускорение

$$F = -kx$$

сила упругости

$$E_{\text{п}} = \frac{kx^2}{2}$$

потенциальная энергия

$$E_{\text{к}} = \frac{mv^2}{2}$$

кинетическая энергия

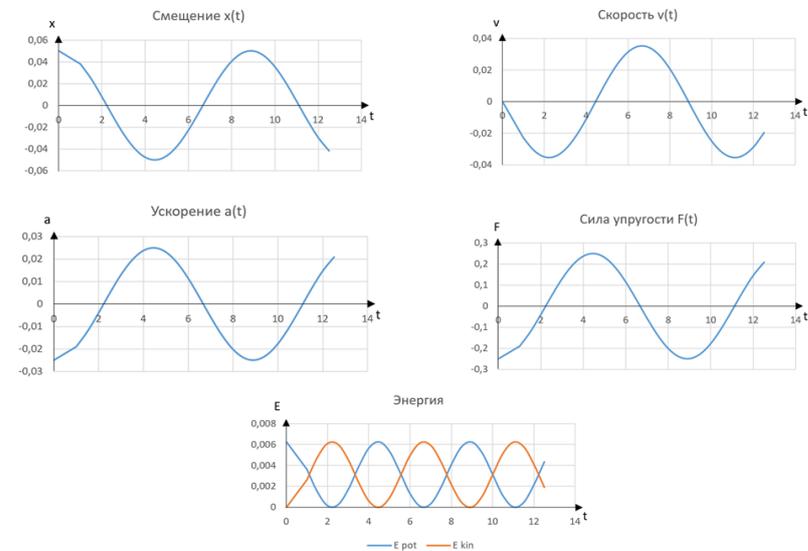
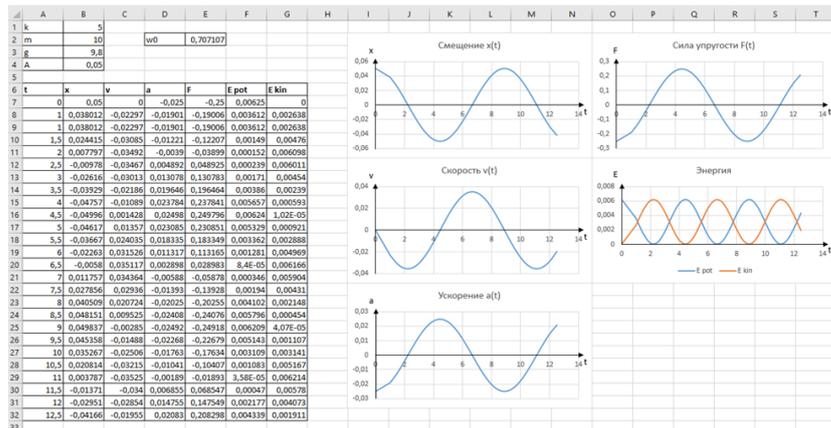
$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

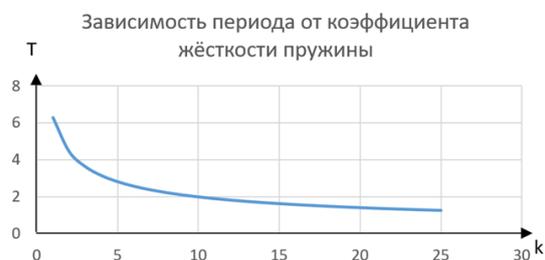
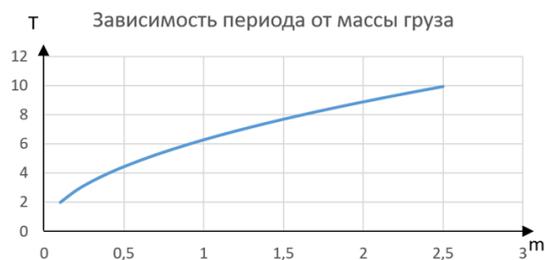
циклическая частота

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

период колебаний

## Общий вид





## Вывод

В ходе работы с помощью электронных таблиц был реализован стенд для исследования свободных колебаний пружинного маятника, который позволяет проанализировать зависимости смещения груза, скорости, ускорения, силы упругости, потенциальной и кинетической энергии от времени при различных параметрах, а также вычислить период колебаний.

Также была исследована зависимость периода колебаний пружинного маятника от массы груза и коэффициента жёсткости пружины.

Стендовый доклад

ИССЛЕДОВАНИЕ СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ ПРУЖИННОГО МАЯТНИКА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

**Постановка задачи**

Провести вычислительный эксперимент для исследования зависимости периода колебаний пружинного маятника от массы груза, жёсткости пружины, зависимости положения груза, его скорости, ускорения, потенциальной и кинетической энергии от времени при различных значениях массы и коэффициента жёсткости пружины.

Руководитель:  
доктор педагогических наук, профессор  
Власова Е. З.

Автор работы:  
студент 1 курса группы ИВТ(2)  
Мельников Ф. В.

**Математическая модель**

$$x(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

$$v(t) = -A\omega \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$a(t) = -\omega_0^2 A \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

$$F = -kx$$

$$E_{\text{п}} = \frac{kx^2}{2}$$

$$E_{\text{к}} = \frac{mv^2}{2}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

**Общий вид стенда**

